

2- العلاقات: Relations

إذا كانت A و B مجموعتين ما، وكانت R مجموعة جزئية من الجداء الديكارتي $(A \times B)$ فإننا نسمي R علاقة ثنائية من المجموعة A إلى المجموعة B .

أي إذا كان $(a, b) \in R$ فإننا نقول:

$$a \in A, b \in B \quad \text{or} \quad a R b$$

ونقرأ a ترتبط بـ b .

وإذا كانت R علاقة من المجموعة A إلى نفسها، أي إذا كانت R مجموعة جزئية من $A \times A = A^2$ ، فإننا نقول أن R علاقة على A .

نعرف منطلق العلاقة R بأنه:

$$\{a \in A; (a, b) \in R, b \in B\}$$

نعرف مستقر العلاقة R بأنه:

$$\{b \in B; (a, b) \in R, a \in A\}$$

مثال:

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{4, 5, 6, 7\}$$

ولتكن العلاقة R المعرفة من A إلى B على الشكل التالي:

$$a R b \Leftrightarrow a \text{ يقسم } b$$

والمطلوب:

اكتب العلاقة R على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة، وأوجد منطلق ومستقر العلاقة R .

الحل:

$$R = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 4), (2, 6), (3, 6)\}$$

$$\text{منطلق العلاقة } R: \{1, 2, 3\}$$

$$\text{مستقر العلاقة } R: \{4, 5, 6, 7\}$$

وهو المطلوب.

تمارين:

تمرين 1:

لتكن لدينا المجموعة: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ولتكن R علاقة معرفة على A حيث: $a R b \Leftrightarrow a = 2b + 1$

والمطلوب أوجد: العلاقة R ، وأوجد منطلق ومستقر العلاقة R .

الحل:

1- العلاقة R : $R = \{(3, 1), (5, 2), (7, 3)\}$

2- منطلق R : $\{3, 5, 7\}$

3- مستقر R : $\{1, 2, 3\}$

تمرين 2:

لتكن لدينا المجموعة: $A = \{1, 2, -1, -2\}$

ولتكن R علاقة معرفة على A بالشكل: $a R b \Leftrightarrow a \cdot b > 0$

والمطلوب أوجد: العلاقة R ، وأوجد منطلق ومستقر العلاقة R .

الحل:

العلاقة R :

$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (-1, -1),$

$(-1, -2), (-2, -1), (-2, -2)\}$

إن منطلق R ومستقر R هو A نفسه. وهو $\{1, 2, -1, -2\}$

ملاحظة:

ليس دائما يكون للمنطلق والمستقر نفس المجموعات.

3- تمثيل العلاقات: Representation of Relations

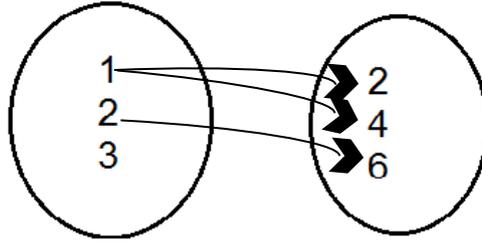
إذا كانت R علاقة من A إلى B وكان عدد العناصر صغير نسبياً فإنه يمكن تمثيل R بشكل يدعى

بالشكل السهمي للعلاقة R .

مثال:

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6\}$$

$$R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 6)\}$$



مخطط فن

تمثيل العلاقات باستخدام الرسم الموجه:

Representing Relation using Digraphs

إذا كانت R علاقة على المجموعة A ، فإنه بإجراء تعديل على الشكل السهمي للعلاقة R نحصل على

رسم يسمى بالرسم الموجه للعلاقة R .

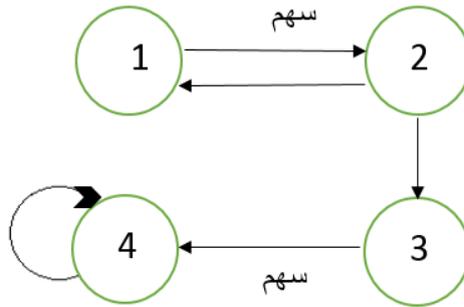
أمثلة:

مثال 1:

لنكن لدينا المجموعة: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، و R علاقة معرفة بالشكل:

$$R = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 4)\}$$

إن الرسم الموجه يكون بالشكل:



رياضيات متقطعة - محاضرة 2

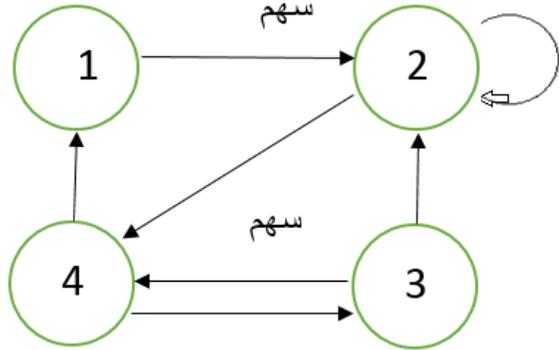
سوف نطلق على كل من 1 و 2 و 3 و 4 اسم عقدة أو عروة.

مثال 2:

لنكن لدينا المجموعة: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، و R علاقة معرفة بالشكل:

$$R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3)\}$$

إن الرسم الموجه يكون بالشكل:



وهو المطلوب.

ملاحظة:

إن الضلع من (a,a) يمثل بقوس من الرأس a لنفسه. ويدعى الضلع حلقة.

عقد: nodes ، رأس: vertex ، حرف أو ضلع: edge