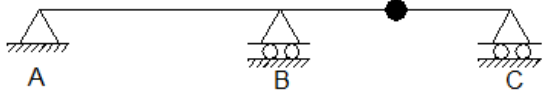


الجمل الإنشائية المستوية التي تحوي مفاصل داخلية :

عندما يحوي المنشأ مفصلاً أو عدة مفاصل



داخلية كالجائز المبين في الشكل (1) فإن عزوم القوى عن يمين المفصل أو يساره تساوي الصفر.

الشكل (1)

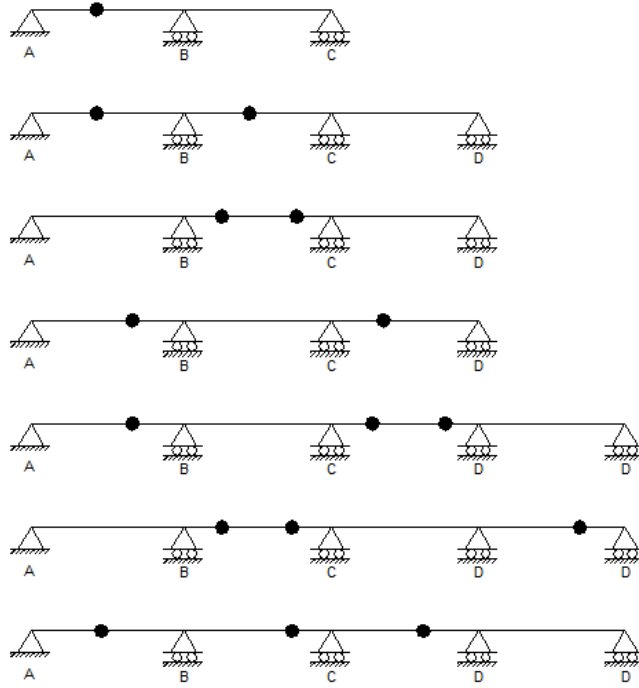
وبالتالي فإن كل مفصل داخلي يعطي معادلتين إضافيتين للتوازن، إلا أن إحدى هاتين المعادلتين تمثل واحدة من معادلات التوازن الثلاث للمنشأ، وعليه يكون لدينا في هذه الحالة معادلة إضافية واحدة فقط. في حال وجود عدة مفاصل يكون لدينا عدد من المعادلات الإضافية مساوية لعدد المفاصل، وعليه يمكننا القول:

(إن كل مفصل داخلي في منشأ متصل بعنصرين يضيف معادلة واحدة إلى معادلات التوازن وتكون عزوم القوى الواقعة على يمين أو يسار المفصل تساوي الصفر).

إن تحديد مواضع المفاصل في الجوائز يتم بحيث يكون مقررًا ومستقرًا، أي يجب بالإضافة إلى تساوي عدد المجاهيل مع عدد المعادلات أن يكون ترتيب ارتباطاته الهندسية على النحو الذي يمنع حركته الأفقية والشاقولية والدورانية، لذلك عند تحديد مواضع المفاصل يجب أن تتحقق الشروط التالية:

- 1- يجب ألا تحوي الفتحة الخارجية أكثر من مفصل داخلي واحد، ولا يجوز في هذه الحالة أن تحوي الفتحة التي تليها أكثر من مفصل واحد أيضاً، وعليه فإن مجموع عدد المفاصل الداخلية في الفتحة الخارجية والفتحة التي تليها يجب ألا يزيد عن اثنين.
- 2- يجب ألا تحوي فتحة داخلية أكثر من مفصلين، على ألا يزيد عدد المفاصل الداخلية في فتحتين داخليتين متجاورتين عن ثلاثة مفاصل.
- 3- يجب ألا يزيد عدد المفاصل الداخلية في مجموعة متجاورة من الفتحات عن عدد هذه الفتحات إذا كانت تشمل فتحة خارجية واحدة، فإذا اشتملت على فتحتين خارجيتين أصبح عدد المفاصل الداخلية يجب ألا يزيد عدد المفاصل عن عدد الفتحات مطروحاً منه واحد.
- 4- لا يمكن أن يقل عدد المفاصل الداخلية في فتحتين متجاورتين عن مفصل واحد.
- 5- إذا كان الاستناد الطرفي للجائز من النوع الموثوق، اعتبرت الفتحة الأخيرة بمثابة فتحة داخلية بالمناقشات السابقة.

يبين الشكل (2) أمثلة لجوائز تحقق الشروط السابقة.



الشكل (2)

في حال كون المفصل الداخلي متصلاً بثلاثة عناصر فإن عزوم القوى المطبقة على كل طرف من الأطراف الثلاثة للمفصل تساوي الصفر، وبالتالي هناك ثلاث معادلات إضافية للتوازن إلا أن إحدى هذه المعادلات تمثل واحدة من معادلات التوازن الثلاث للمنشأ، وعليه يكون لدينا معادلتان إضافيتان مستقلتان.

بشكلٍ عام يمكننا القول: إن عدد المعادلات الإضافية الناتجة عن وجود مفصل متصل بعدة عناصر يساوي عدد العناصر مطروحاً منه واحد. يبين الجدول (1) أمثلة عن وضعة المفصل وعدد المعادلات الإضافية الناتجة عنه.

الجدول (1)

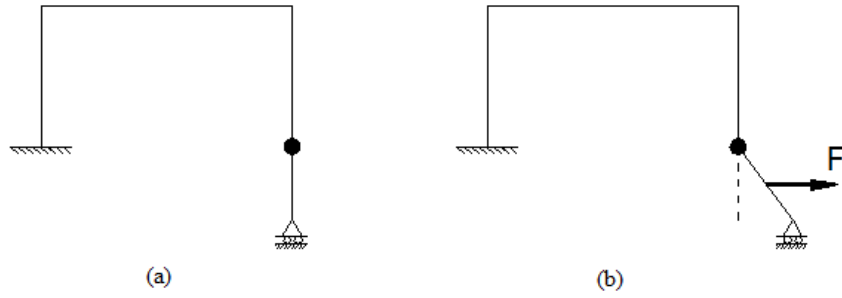
وضعية المفصل						
عدد المعادلات الإضافية	1	2	3	1	1	1

يتضح مما سبق أن وجود مفصل أو عدة مفاصل داخلية في منشأ يجب ألا يؤدي إلى زيادة عدد معادلات التوازن

إذاً حتى يصبح المنشأ مستقراً يجب أن يكون:

عدد المجاهيل = عدد معادلات التوازن الثلاث + عدد المعادلات الناتجة عن وجود المفاصل الداخلية وأن يكون ترتيب ارتباطاته الهندسية على النحو الذي يؤمن استقرار كل جزء من المنشأ واستقرار المنشأ بالكامل.

ولتوضيح ذلك نأخذ الإطار المبين في الشكل (3):



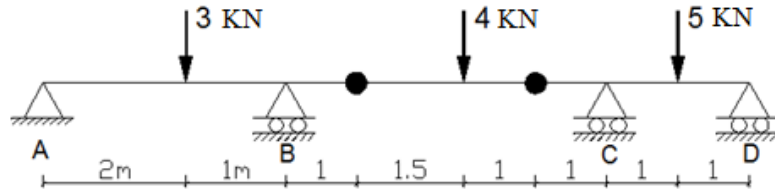
الشكل (3)

إن عدد المجاهيل (4) أربعة مجاهيل : (3) ثلاثة مجاهيل من الوثاقفة + مجهول واحد من المسند المنزلق، أما عدد المعادلات فهو (4) أربع معادلات : (3) ثلاث معادلات توازن + (1) معادلة ناتجة عن المفصل الداخلي، إلا أن المنشأ غير مستقر، إذ أنه لو أثرت قوة أفقية على الجزء الواقع بين المفصل الداخلي والمسند لانزلق المسند البسيط كما هو مبين في الشكل (3,b)

أمثلة محلولة :

مثال 1:

يبين الشكل (4) جانز مستمر يحتوي على مفصلين داخليين ويخضع للحمولات المبينة والمطلوب: إيجاد ردود الأفعال والقوى المتبادلة بين المفاصل.



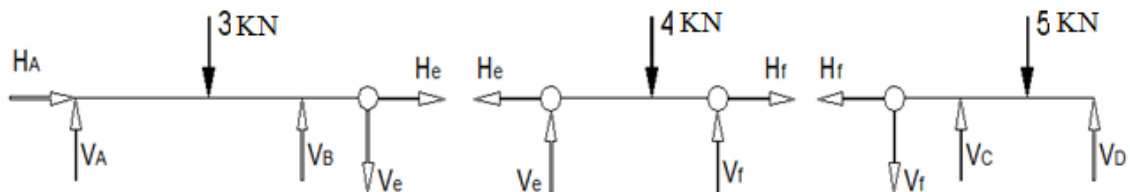
الشكل (4)

الحل :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

نلاحظ أنه إذا أخذنا العزم حول أي مسند أو عزوم القوى الواقعة على يمين أو يسار أي مفصل سيكون لدينا في المعادلة مجهولين، لذا نقوم بفصل الجانز إلى ثلاثة أجزاء كما هو مبين في الشكل

(5).



الشكل (5)

مع التعويض عن القوى المتبادلة في كل مفصل داخلي بقوتين أفقية وشاقولية متساويتين ومتعاكستين.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_e = 0 \quad \text{من دراسة توازن الجزء الأيسر ABe} :$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_f = 0 \quad \text{ومن دراسة توازن الجزء الأوسط ef} :$$

$$\sum M_f = 0 \Rightarrow -V_e \cdot (2.5) + 4 \times 1 = 0 \Rightarrow V_e = 1.6 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 1.6 - 4 + V_f = 0 \Rightarrow V_f = 2.4 \text{ KN}$$

بالعودة إلى دراسة توازن الجزء الأيسر ABe :

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -3(2) + V_B \cdot (3) - 1.6 \times 4 = 0 \Rightarrow V_B = 4.13 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + 4.13 - 1.6 - 3 = 0 \Rightarrow V_A = 0.47 \text{ KN}$$

بدراسة توازن الجزء الأيمن fCD :

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow 2.4 \times (3) - V_C \cdot (2) + 5 \times 1 = 0 \Rightarrow V_C = 6.1 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -2.4 + 6.1 - 5 + V_D = 0 \Rightarrow V_D = 1.3 \text{ KN}$$

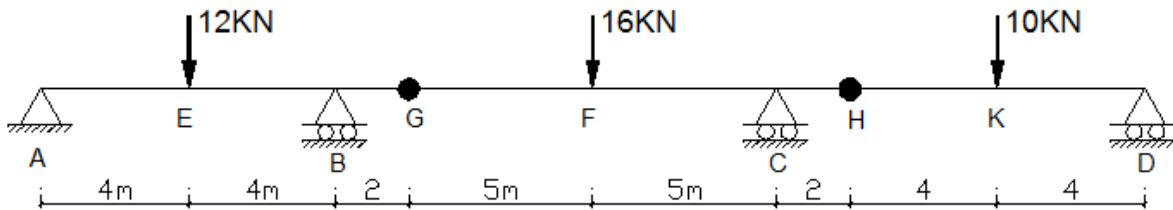
مثال 2 :

يبين الشكل (6) جائر مستمر يحتوي على مفصلين داخليين ويخضع للحمولات المبينة والمطلوب:

1- إيجاد ردود الأفعال.

2- إيجاد القوى المتبادلة في المفاصل.

3- إيجاد معادلات القوى الداخلية ورسم مخططات عزم الانعطاف والقوى القاطعة.



الشكل (6)

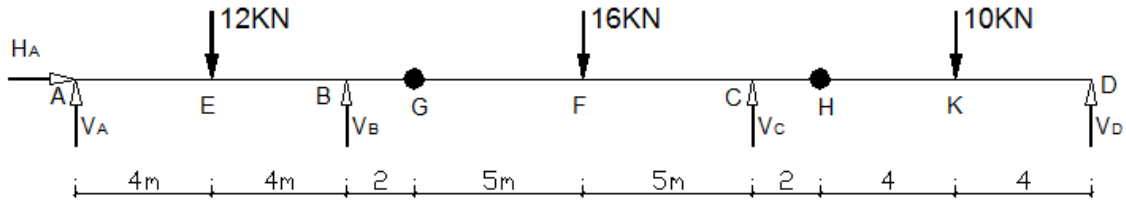
الحل :

1- إيجاد ردود الأفعال :

نرسم مخطط الجسم الحر للجائر، فنلاحظ أن عدد المجاهيل وهي ردود الأفعال (5) خمسة مجاهيل.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

من دراسة توازن كامل الجائر نجد:



نأخذ العزم عن يمين المفصل H فنجد:

$$\sum (M_H)_r = 0 \Rightarrow +V_D \cdot (8) - 10 \times 4 = 0 \Rightarrow V_D = 5 \text{ KN}$$

ويأخذ العزم على يمين المفصل G :

$$\sum (M_G)_r = 0 \Rightarrow +V_D \cdot (20) - 10 \times 16 - 16 \times 5 + V_C \cdot (10) = 0 \Rightarrow V_C = 14 \text{ KN}$$

بالعودة إلى دراسة توازن كامل الجائز نجد:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -V_A \cdot (8) + 12 \times 4 - 16 \times 7 - 10 \times 18 + V_C \cdot (12) + V_D \cdot (22) = 0 \Rightarrow$$

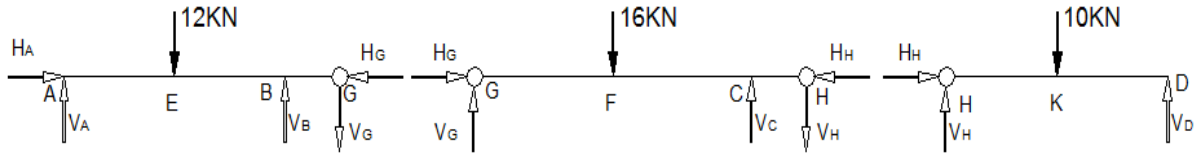
$$-8 V_A + 48 - 112 - 180 + 168 + 110 = 0 \Rightarrow V_A = 4.25 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B + V_C + V_D - 12 - 16 - 10 = 0 \Rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 4.25 + V_B + 14 + 5 - 12 - 16 - 10 = 0 \Rightarrow V_B = 14.75 \text{ KN}$$

٢- إيجاد القوى المتبادلة في المفاصل الداخلية:

نفصل الجائز عند المفاصل إلى ثلاثة أجزاء كما هو مبين في الشكل.



بدراسة توازن الجزء ABG :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_G = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 4.25 + 14.75 - 12 - V_G = 0 \Rightarrow V_G = 7 \text{ KN}$$

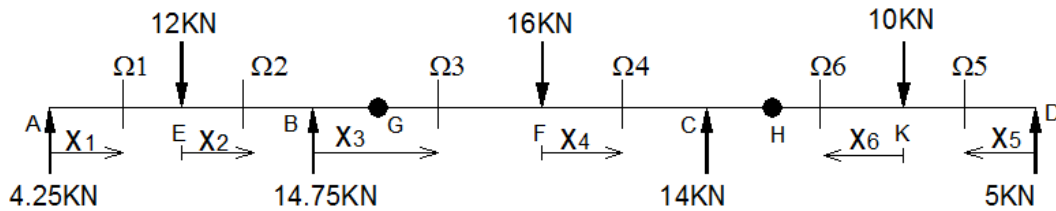
بدراسة توازن الجزء GFC :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_H = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 7 - 16 + 14 - V_H = 0 \Rightarrow V_H = 5 \text{ KN}$$

٣- إيجاد معادلات القوى الداخلية ورسم مخططات عزم الانعطاف والقوى القاطعة.

يبين الشكل (7) مخطط الجسم الحر مع قيم ردود الأفعال



الشكل (7)

نلاحظ أن عدد المجالات التي سيتم إيجاد معادلات القوى الداخلية فيها (6) مجالات، كما نلاحظ أن القوى المحورية معدومة في كافة المجالات الجائز.
المجال AE: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_1 فنجد:

$$N_{X1} = 0$$

$$T_{X1} = +4.25 \text{ KN}$$

$$M_{X1} = 4.25 x_1 \quad : \quad 0 \leq x_1 \leq 4$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow M_A = 0 \quad , \quad x_1 = 4m \Rightarrow M_E = 17 \text{ KN.m}$$

المجال EB: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_2 فنجد:

$$N_{X2} = 0$$

$$T_{X2} = +4.25 - 12 = -7.75 \text{ KN}$$

$$M_{X2} = 4.25 (4 + x_2) - 12 x_2 \Rightarrow M_{X2} = -7.75 x_2 + 17 \quad : \quad 0 \leq x_2 \leq 4$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow M_E = 17 \text{ KN.m} \quad , \quad x_2 = 4m \Rightarrow M_B = -14 \text{ KN.m}$$

المجال BF: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_3 فنجد:

$$N_{X3} = 0$$

$$T_{X3} = +4.25 - 12 + 14.75 = +7 \text{ KN}$$

$$M_{X3} = 4.25 (8 + x_3) - 12 (4 + x_3) + 14.75 x_3 \Rightarrow$$

$$M_{X3} = -7 x_3 - 14 \quad : \quad 0 \leq x_3 \leq 7$$

$$x_3 = 0 \Rightarrow M_B = -14 \text{ KN.m} \quad , \quad x_3 = 7m \Rightarrow M_F = +35 \text{ KN.m}$$

$$x_3 = 2 \Rightarrow M_G = 0$$

المجال FC: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_4 فنجد:

$$N_{X4} = 0$$

$$T_{X4} = +4.25 - 12 + 14.75 - 16 = -9 \text{ KN}$$

$$M_{X4} = 4.25 (15 + x_4) - 12 (11 + x_4) + 14.75 (7 + x_4) - 16 x_4 \Rightarrow$$

$$M_{X4} = -9 x_4 + 35 \quad : \quad 0 \leq x_4 \leq 5$$

$$x_4 = 0 \Rightarrow M_F = +35 \text{ KN.m} \quad , \quad x_4 = 5m \Rightarrow M_C = -10 \text{ KN.m}$$

المجال DK: ندرس الجزء عن يمين المقطع $\Omega 5$ فنجد:

$$N_{X5} = 0$$

$$T_{X5} = -5 \text{ KN}$$

$$M_{X5} = 5 x_5 \quad : \quad 0 \leq x_5 \leq 4$$

$$x_5 = 0 \Rightarrow M_D = 0 \quad , \quad x_5 = 4m \Rightarrow M_K = 20 \text{ KN.m}$$

المجال KC: ندرس الجزء عن يمين المقطع $\Omega 6$ فنجد:

$$N_{X6} = 0$$

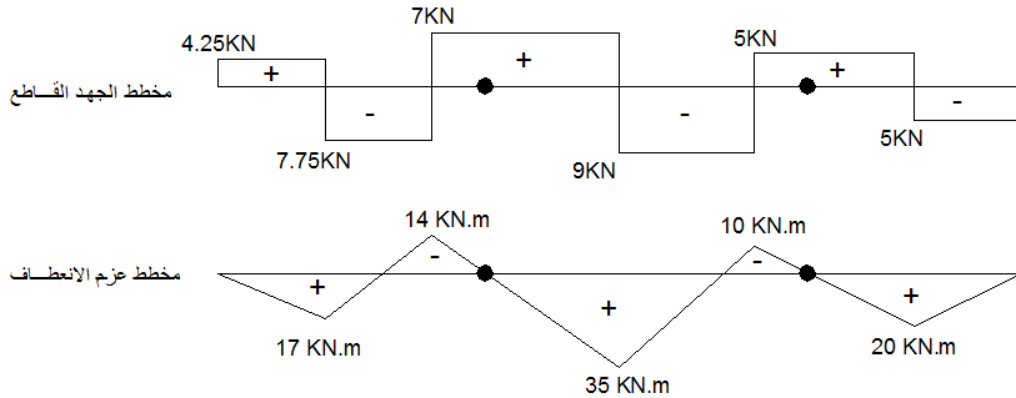
$$T_{X6} = -5 + 10 = +5 \text{ KN}$$

$$M_{X6} = 5(4 + x_6) - 10 x_6 \Rightarrow M_{X6} = -5 x_6 + 20 \quad : \quad 0 \leq x_6 \leq 6$$

$$x_6 = 0 \Rightarrow M_K = 20 \text{ KN.m} \quad , \quad x_6 = 6m \Rightarrow M_C = -10 \text{ KN.m}$$

$$x_6 = 4m \Rightarrow M_H = 0$$

يمثل الشكلان التاليان مخططا الجهد القاطع وعزم الانعطاف على الترتيب للجائز.

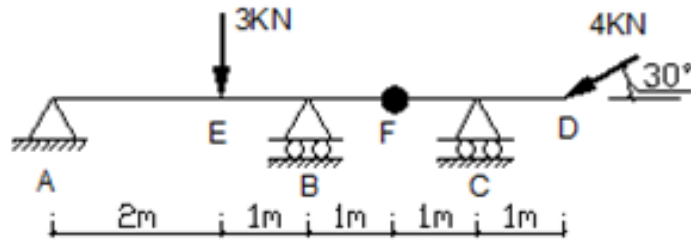


مثال 3:

يبين الشكل (8) جائز مستمر يحتوي على مفصل داخلي ويخضع للحمولات المبينة والمطلوب:

1- إيجاد ردود الأفعال.

2- إيجاد معادلات القوى الداخلية ورسم مخططات عزم الانعطاف والقوى القاطعة.

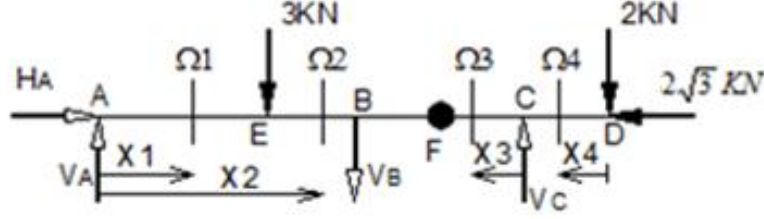


الشكل (8)

الحل :

1- إيجاد ردود الأفعال:

نرسم مخطط الجسم الحر ونطبق معادلات التوازن لإيجاد ردود الأفعال:



الشكل (9)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 2\sqrt{3} \text{ KN}$$

نأخذ عزوم القوى عن يمين المفصل F فنجد:

$$(\sum M_F)_r = 0 \Rightarrow V_C(1) - 2 \times 2 = 0 \Rightarrow$$

$$V_C = 4 \text{ KN}$$

بأخذ عزوم القوى حول المسند B نجد:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_C(2) - 2 \times 3 + 3 \times 1 - V_A(3) = 0 \Rightarrow$$

$$V_C = 1.667 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - V_B + V_C - 3 - 2 = 0 \text{ KN} \Rightarrow$$

$$V_B = 0.667 \text{ KN}$$

2- إيجاد معادلات القوى الداخلية :

لإيجاد معادلات القوى الداخلية نأخذ المقاطع $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$.

المجال AE: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_1 فنجد:

$$N_{X1} = -2\sqrt{3} \text{ KN}$$

$$T_{X1} = +1.667 \text{ KN}$$

$$M_{X1} = 1.667 x_1 \quad : \quad 0 \leq x_1 \leq 2$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow M_A = 0 \quad , \quad x_1 = 2m \Rightarrow M_E = 3.334 \text{ KN.m}$$

المجال EB: ندرس الجزء عن يسار المقطع Ω_2 فنجد:

$$N_{X2} = -2\sqrt{3} \text{ KN}$$

$$T_{X2} = +1.667 - 3 = -1.333 \text{ KN}$$

$$M_{X2} = 1.667 x_2 - 3(x_2 - 2) \Rightarrow M_{X2} = -1.333 x_2 + 6 \quad : \quad 2 \leq x_2 \leq 3$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow M_E = 3.334 \text{ KN.m} \quad , \quad x_2 = 3m \Rightarrow M_B = 2 \text{ KN.m}$$

المجال CB: ندرس الجزء عن يمين المقطع Ω_3 فنجد:

$$N_{X3} = -2\sqrt{3} \text{ KN}$$

$$T_{X3} = +2 - 4 = -2 \text{ KN}$$

$$M_{X3} = -2(1 + x_3) + 4 x_3 \Rightarrow M_{X3} = +2 x_3 - 2 \quad : \quad 0 \leq x_3 \leq 2$$

$$x_3 = 0 \Rightarrow M_C = -2 \text{ KN.m} \quad , \quad x_3 = 2m \Rightarrow M_F = +2 \text{ KN.m}$$

$$x_3 = 1 \Rightarrow M_F = 0$$

المجال CD: ندرس الجزء عن يمين المقطع Ω_4 فنجد:

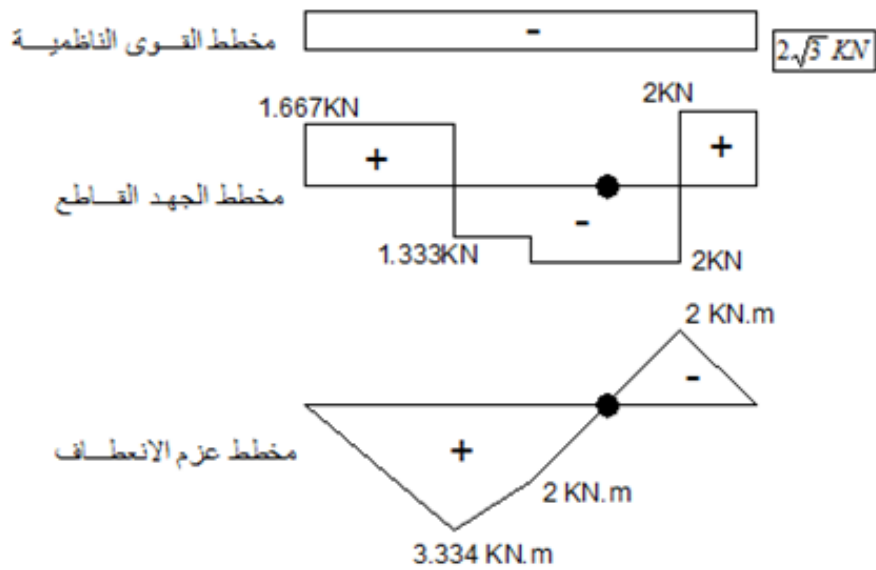
$$N_{X1} = -2\sqrt{3} \text{ KN}$$

$$T_{X1} = +2 \text{ KN}$$

$$M_{X1} = -2 x_4 \quad : \quad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$x_4 = 0 \Rightarrow M_D = 0 \quad , \quad x_4 = 1m \Rightarrow M_C = -2 \text{ KN.m}$$

ومن ثم نرسم مخطط الجهد القاطع ومخطط عزم الانعطاف المبينان في الشكل (10).



الشكل (10)