مثال3:

خوارزمية ضرب كثيري حدود: ليكن لدينا كثيري الحدود A(x) و B(x) حيث:

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots \cdots + a_1 x + a_0$$

$$B(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \cdots \cdots + b_1 x + b_0$$

والمطلوب حساب التعقيد الزمني لحساب $P(x) = A(x) \cdot B(x)$ بالطريقة المباشرة.

الحل:

إن خوارزمية الحل تكتب من أجل الأمثال فقط.

```
for(i=0;i<=2*n;i++)
  P[i]=0;
for(i=0;i<=n;i++)
 for(j=0;j<=n;j++)
     p[i+j]=p[i+j]+a[i]*b[j];
```

حساب عدد عمليات الجمع:

نرمز للمعادلة بالرمز S وللحلقة j بالرمز S_1 وللحلقة i بالرمز S_2.

$$P_+(S) = 1$$

$$P_+(S_1) = \sum_{j=0}^{n} 1 = n + 1$$

$$P_+(S_2) = \sum_{i=0}^{n} P_+(S_1) = \sum_{j=0}^{n} (n+1) = (n+1) \sum_{j=0}^{n} 1 =$$

$$= (n+1)(n+1) = (n+1)^2 = O(n^2)$$

حساب عدد عمليات الضرب:

$$P_*(S) = 1$$

$$P_*(S_1) = \sum_{j=0}^{n} 1 = n + 1$$

$$P_*(S_2) = \sum_{i=0}^{n} P_*(S_1) = \sum_{j=0}^{n} (n+1) = (n+1)\sum_{j=0}^{n} 1 =$$

$$= (n+1)(n+1) = (n+1)^2 = O(n^2)$$

$$\Longrightarrow \quad cost_{*,+} = P_+(S_2) + P_*(S_2) = (n+1)^2 + (n+1)^2 = O(n^2)$$

وبالتالي الكلفة cost أو التعقيد الزمني هو من المرتبة $O(n^2)$.

مثال4:

بفرض x عددا كسريا و n عددا صحيحا موجبا يمكن حساب x^n باستعمال إحدى الخوارزميتين التاليتين: power1 أو power2 . والمطلوب أوجد التعقيد الزمني لهاتين الخوارزميتين من حيث عدد العمليات(عدد عمليات الضرب).

أولا – خوارزمية power1:

```
P=1;
for(i=1;i<=n;i++)
  p=p*x;
return p;
```

درجة التعقيد:

$$cost = \sum_{i=1}^{n} 1 = n = O(n)$$

ثانيا – خوارزمية power2:

```
r=1;z=x;
while(n>0)
{if(n % 2==1)
```

```
      r=r*z;
   z=z*z;
   n=n/2;
}
return r;
```

مثال عددي: من أجل n=25 . في عملية القسمة نأخذ ناتج القسمة الصحيحة.

1– في المرور الأول:

$$n = 25 \quad , \quad r = 1 \quad , \quad z = x \quad , \quad 25 > 0 \quad \& \quad (25 \,\%\, 2) = 1 \;\Longrightarrow$$

$$r = 1 * x \;\Longrightarrow\; r = x \quad , \quad z = x * x = x^2 \;\Longrightarrow z = \; x^2 \quad , \quad n = \frac{25}{2} = 12$$

2– في المرور الثاني:

$$n = 12 \quad \& \, 12 > 0 \quad \& \quad (12 \,\%\, 2) \neq 1 \quad \Longrightarrow \quad z = z * z = x^2 * \; x^2$$

$$\Longrightarrow z = \; x^4 \quad , \quad n = \frac{12}{2} = 6$$

3– في المرور الثالث:

$$n = 6 \quad \& \quad 6 > 0 \quad \& \quad (6 \,\%\, 2) \neq 1$$

$$\Longrightarrow z = z * z = x^4 * \; x^4 \;\Longrightarrow z = \; x^8 \; , \; n = \frac{6}{2} = 3$$

4– في المرور الرابع:

$$n = 3 \quad \& \quad 3 > 0 \quad \& \quad (3 \,\%\, 2) = 1 \Longrightarrow \; r = r * z = x * \; x^8 = \; x^9$$

$$\Longrightarrow \; r = \; x^9 \; , \; z = z * z = x^8 * \; x^8 = x^{16} \;\Longrightarrow z = \; x^{16} \; , \; n = \frac{3}{2} = 1$$

5– في المرور الخامس:

$$n = 1 \;\; \& \quad 1 > 0 \quad \& \quad (1 \,\%\, 2) = 1 \;\Longrightarrow\; r = r * z = x^9 * \; x^{16} \; = \; x^{25}$$

$$\Longrightarrow \; r = x^{25} \quad \& \quad z = z * z = x^{16} * x^{16} \; = x^{32} \quad \& \quad n = \frac{1}{2} = 0$$

وبالتالي يتم الخروج من الحلقة، وبتم إعادة قيمة r والتي هي x^{25} وهو المطلوب.